

# FORMEN-FABRIK – Eine Handreichung



## 1 Kurzbeschreibung der App

Die App **FORMEN-FABRIK** ist eine Lernumgebung für Kinder im Grundschulalter und darüber hinaus, die algorithmisches Denken, Problemlösen und insbesondere Aspekte des räumlichen Denkens (z. B. mentale Rotation, Orientierung, Symmetrie) fördert. In einer virtuellen Fabrikumgebung bilden verschiedene Maschinen-Abfolgen eine *Fertigungsstraße*. Die Kinder konfigurieren die jeweils eingesetzten Maschinen (Lochmaschine, Drehmaschine, Strichmaschine) auf vielfältige Weise, sodass farbige geometrische Formen als *Werkstücke* beim Durchlaufen<sup>1</sup> der Fertigungsstraße Schritt für Schritt verändert werden. Durch die visuelle Darstellung und unmittelbare Rückmeldung können die Kinder die Auswirkungen ihrer Konfigurationsentscheidungen direkt beobachten, vergleichen, verändern und begründen.

## 2 Was wird gefördert?

### 2.1 Inhaltsbezogene Kompetenzen

Räumliches Denken bzw. räumliches Vorstellungsvermögen wird in Modellen der Intelligenz als einer von sieben Faktoren benannt (Näheres dazu in Franke/Reinhold 2016) und umfasst verschiedene Teilfähigkeiten. In der *Formen-Fabrik* werden z. B. die Folgenden angesprochen, gefördert und gefordert:

#### **Geometrische Formen und ihre Lagen:**

- Geometrische Grundformen (zweidimensionale geometrische Figuren) kennen und lageunabhängig benennen (Begriffslernen); gegebene Zustände analysieren und Zielzustände (inkl. ihrer Entwicklungswege) antizipieren

#### **Räumliche Beziehungen:**

- Räumliche Anordnungen, z. B. verschiedene Lagen von Werkstücken (geometrischen Grundformen) erkennen; die Effekte von und die Beziehungen zwischen Anordnungen und Transformationen erkennen

#### **Mentale Rotation & Orientierung:**

- Werkstücke „im Kopf“ drehen, Lageveränderungen (hier: Drehungen um  $45^\circ/90^\circ/135^\circ/180^\circ$ ) nachvollziehen und antizipieren.

<sup>1</sup> Ein technischer Hinweis beim Nutzen eines iPads: Das Durchlaufen der Werkstraße sowie die Übergabe an den Kontroll-Scanner wird durch eine *flüssig animierte* Bewegung des betreffenden Werkstücks dargestellt. Sollte dies auf Ihrem iPad stattdessen sprunghaft erfolgen, deaktivieren Sie bitte entweder generell unter *Einstellungen/Bedienungshilfen* die Option *Bewegung reduzieren*. Alternativ ist das auch nur App-spezifisch möglich unter *Einstellungen/Bedienungshilfen/Allgemein/App-spezifische Einstellungen*. Hier können Sie dann unter *App-Anpassung* die Formen-Fabrik hinzufügen und nur für diese App *Bewegung reduzieren* deaktivieren.

**Symmetrie und Invarianten:**

- Drehsymmetrie, Achsensymmetrie und ihre wechselseitigen Beziehungen (z. B. Ersetzbarkeiten); erkennen, was sich bei Drehungen *nicht* verändert (z. B. Abstände zum Drehpunkt, relative Anordnung).

**Verkettung von Transformationen:**

- Schrittfolgen als Prozess verstehen (erst Strich/Loch, dann Drehung ...), Phänomene beim Vertauschen oder Ersetzen von Transformationen von Maschinen(-konfigurationen); Zwischenzustände antizipieren.

Kinder können mit Unterstützung der App vom konkreten Handeln (Experimentieren/Probearbeiten) über sprachliches und grafisches Externalisieren (Zwischenschritte versprachlichen/skizzieren/zeigen) hin zu inneren Operationen (Vorhersagen/Planen „in der Vorstellung“) mit anschließender Überprüfung am Ergebnis gelangen.

**2.2 Prozessbezogene Kompetenzen**

**Kommunizieren:** Das Vorgehen bei der Konfiguration einzelner Maschinen sowie die Aufbaustruktur einer Fertigungsstraße müssen beschrieben und für andere nachvollziehbar verständlich gemacht werden. Dies kann mündlich oder schriftlich erfolgen und dient dem Ziel einer Förderung der sprachlichen Ausdrucksfähigkeit, die immer auch ein zentrales Ziel des Mathematikunterrichts ist.

**Argumentieren:** Die Möglichkeit unterschiedlicher Vorgehensweisen (Maschinenkonfigurationen, Aufbau einer Fertigungsstraße, Vergleich von gleichen oder abweichenden Endprodukten) bedarf neben der Beschreibung auch der argumentativen Begründung, insbesondere wenn es um alternative Prozesse oder Ergebnisse geht.

**Problemlösen:** Ein Problem ist im Gegensatz zu einer Aufgabe dadurch definiert, dass ein bekannter Ausgangszustand (hier: ein Ausgangswerkstück) in einen beschriebenen Zielzustand (ein Werkstück als Endprodukt) überführt werden soll, wobei zunächst ein *Hindernis* diese Transformation verstellt: Weder die einzusetzenden Mittel (Maschinen und ihre spezifischen Konfigurationen) noch zielführende Wege (Aufbaustruktur einer Fertigungsstraße) sind zunächst bekannt. Die App ermöglicht hier Erfahrungen zum Hintereinander-Ausführen und der Verkettung von Aktionen (Rolle und Folge der Reihenfolgen/Kommutativität, neutrale und inverse Operationen, effekterhaltende Ersetzbarkeit von Operationen usw.; vgl. Kap. 4.2).

**2.3 Kreativität**

Die Mathematik ist u. a. dadurch gekennzeichnet, dass oft »viele Wege nach Rom führen«. So gehört es zu den Grunderfahrungen der Kinder im einem zeitgemäßen Mathematikunterricht, dass (a) eine Aufgabe oder ein Problem nicht nur auf unterschiedlichen Wegen oder mit unterschiedlichen Strategien gelöst werden kann, sondern es (b) ggf. auch mehr als eine Lösung gibt. Diese Vielfalt bietet auch in dieser App den Kindern Raum für kreative Entscheidungen und Bearbeitungserfahrungen.

**2.4 Soziales Lernen**

Die Vielfalt der Konfigurationsmöglichkeiten einer Fertigungsstraße legt auf natürliche Weise zahlreiche Gesprächsanlässe im Austausch mit anderen nahe, zum Lernen von- und miteinander (s. auch prozessbezogene Kompetenzen). So können alleine oder in Partnerarbeit konfigurierte Fertigungsstraßen und ihre gelungenen oder noch reparaturbedürftigen Endprodukte zur Diskussion gestellt, erläutert, analysiert, begründet oder Alternativen erkundet werden. Hilfreich dazu sind die effektiven Optionen zum Teilen von Fertigungsstraßen an und mit anderen Endgeräten, auf denen diese App ebenfalls installiert ist (s. Kap. 6).

**3 Grundlegende Begriffe**

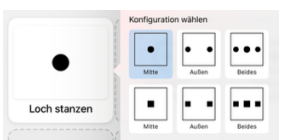


Für eine einheitliche und gelingende Kommunikation empfehlen wir folgende Begriffsverwendungen:

- **Werkstück:** Die farbige geometrische Ausgangs-Form, die durch Maschinen verändert wird
- **Ausgangswerkstück:** Das Werkstück vor der Bearbeitung
- **Bestellung/Zielwerkstück (Ergebnis):** Das (herzustellende) Endprodukt
- **Fertigungsstraße:** Die konkrete Anordnung ausgewählter Maschinen in Gestalt einer Produktionsstraße und jeweiliger Maschinenkonfigurationen
- **Maschine:** Einzelne Bearbeitungseinheit der Fertigungsstraße

- **Lochmaschine:** Maschine zum Stanzen von Löchern
- **Strichmaschine:** Maschine zum Zeichnen von Strichen
- **Drehmaschine:** Maschine zum Drehen des Werkstücks
- **Werkhallen:** als Metapher für die fünf *Modi* (Werkhalle *Experimentieren*, Werkhalle *Anfertigen*, Werkhalle *Einsparen*, Werkhalle *Reparieren*, Werkhalle *Vorhersagen*)
- **Lagerhalle:** Hier können Produktionsstraßen abgespeichert, sortiert, geteilt und kommentiert werden.
- **Drehrichtung:** In der App erfolgen Drehungen standardmäßig gegen den Uhrzeigersinn (= mathematisch positive Drehrichtung). Diese Konvention entspricht auch der in der Sekundarstufe verwendeten und sichert die Anschlussfähigkeit für einen Einsatz nach der Grundschule. Die Drehrichtung kann aber auch in den Vor-Einstellungen (s. Kap. 7: Benutzeroberfläche) generell umgestellt werden (mit dem Uhrzeigersinn, dann negative Vorzeichen).
- **Code:** Individuelle Buchstaben-/Zahlen-Kennzeichnung für eine Fertigungsstraße (kann zum einfachen Teilen mit anderen Nutzern bzw. deren App genutzt werden)
- **QR-Code:** Alternative zum Teilen einer Fertigungsstraße, erfolgt über die Kamera-App

## 4 Die Maschinen

Diese drei Maschinen sind verfügbar:

Maschine	Symbol	Funktion	Konfigurationsmöglichkeiten
<b>Lochmaschine</b>		Stantzt Löcher (waagrecht in der aktuellen Position) in das Werkstück	Lage: Mitte / außen / Mitte und außen Form: rund / eckig
<b>Strichmaschine</b>		Zeichnet einen waagerechten Strich auf das Werkstück in der aktuellen Position	Strichstärke: dünn / mittel / dick
<b>Drehmaschine</b>		Dreht das Werkstück gegen (um) den Uhrzeigersinn	Winkel: 45° (-45°) / 90° (-90°) / 135° (-135°) / 180° (-180°)

Neben den in der Tabelle dargestellten Konfigurations-Alternativen bieten sich folgende Handlungsmöglichkeiten (s. die jeweiligen Konfigurationsfenster):

- Einfügen** Eine neue Maschine des ausgewählten Typs wird mit einer vor-eingestellten Konfiguration vor die Maschine gesetzt, von der man die Einfügung aufgerufen hat. Die neue Maschine kann per Klick dann im Auswahlfenster wunschgemäß eingestellt werden..
- Ersetzen** Die ausgewählte Maschine wird ersetzt durch eine andere Maschine des ausgewählten Typs. Per Klick kann sie im Auswahlfenster wunschgemäß eingestellt werden..
- Entfernen** Eine Maschine kann entfernt werden, indem man sie anklickt und im Auswahlfenster auf den roten Papierkorb tippt/klickt.
- Verschieben** Eine Maschine lässt sich durch Antippen & Gedrückthalten per *drag-&drop* verschieben und an einen anderen gewünschten Ort ziehen. (Das erfordert ggf. ein wenig Übung bzgl. des Loslassens.)

### 4.1 Die Drehmaschine als besondere Herausforderung

Die Drehmaschine stellt – v. a. bedingt durch ihre *Platzierung* innerhalb einer Fertigungsstraße – die kognitiv anspruchsvollste Komponente der App dar. Während Strich- und Lochmaschinen relativ direkt nachvollzogen werden können, fordert und fördert eine Drehmaschine insofern das räumliche Vorstellungsvermögen, als eine *mentale* Rotation vorgestellt werden muss, die insbesondere auch durch die Platzierung der Drehmaschine innerhalb der Fertigungsstraße unterschiedliche Anforderungen bedeutet (vgl. Kap. 8). In

unterrichtspraktischen Erprobungen mit konkretem Material (Carniel et al. 2002) zeigte sich: „Die meisten Schüler führten sowohl die Druck- als auch die Drehvorgänge konkret aus. Folglich waren sie noch nicht in der Lage oder trauten es sich noch nicht zu, die Produktionsvorgänge in der Vorstellung auszuführen.“

## 4.2 Überlagerungen als Lerngelegenheit

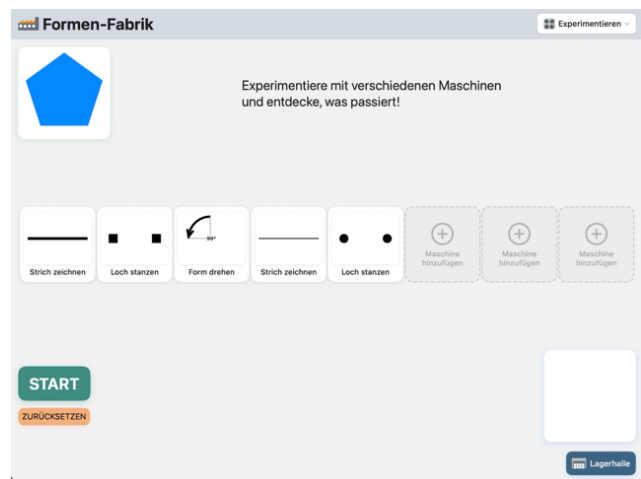
Ein interessantes Phänomen tritt auf, wenn Maschinen der gleichen Kategorie aufeinander folgen (s. o. Verkettung von Transformationen): Wird beispielsweise zuerst ein dicker und dann ein dünner Strich gezeichnet, „übermalt“ der dünne Strich den dicken, bleibt aber unsichtbar, weil er schmäler ist. Umgekehrt würde ein dicker Strich einen dünnen erkennbar „überschreiben“ und das Bild verändern. Bei Löchern verhält es sich ähnlich: Runde Löcher „lochen ins Leere“, wenn bereits quadratische Löcher vorhanden sind (weil die Kreise gleichsam „Inkreise“ der Quadrate darstellen). Diese Überlagerungen entsprechen einer intuitiv verständlichen „Logik des Malprozesses“ und können produktiv für Forscherfragen genutzt werden, da sie auf der Wahrnehmungsebene entweder sichtbare oder unsichtbare (keine) Effekte haben können:

- „Wieso sehen diese beiden Werkstücke gleich aus, obwohl unterschiedliche Maschinen benutzt wurden?“
- „Entwickle verschiedene Maschinenkonfigurationen, die zum selben Ergebnis führen.“
- „Welche Maschine in dieser Fertigungsstraße könnte man einsparen? Warum?“

## 5 Die fünf Werkhallen (Modi)

### 5.1 Werkhalle Experimentieren

In dieser Werkhalle erkunden die Kinder die Fabrik zunächst frei und ohne Vorgaben. Sie wählen eine der geometrischen Grundformen als Ausgangswerkstück (Einüben von Fachbegriffen) und können Maschinen beliebig hinzufügen, entfernen oder neu anordnen. Dieser offene Zugang unterstützt entdeckendes Lernen und den Aufbau grundlegender Konzepte, ohne dass Fehler entstehen können. Durch das konkrete Handeln – etwa durch das Ausführen von Drehungen, das Verändern von Positionen oder das Beobachten gleichbleibender Eigenschaften – entwickeln die Kinder erste Intuitionen für die geometrischen Transformationen. Invarianten wie konstante Abstände oder Orientierungen können handelnd entdeckt werden. Der Experimentiermodus eignet sich daher besonders gut als Einstieg in die Arbeit mit der App und in Kombination mit Forscherfragen im Unterricht.



### 5.2 Werkhalle Anfertigen

In dieser Werkhalle wird ein „bestelltes“ Zielwerkstück vorgegeben, und die Kinder müssen selbst eine dazu passende Fertigungsstraße entwickeln. Dies fördert problemlösendes Denken mit Zielorientierung, Antizipieren und Rückwärtsdenken: Vom gewünschten Ergebnis ausgehend analysieren die Kinder, welche Verarbeitungsschritte dazu geführt haben könnten. Dabei entwickeln sie Strategien, etwa indem sie zunächst entscheidende Merkmale wie eine bestimmte Drehung, Lochung oder Strich-Information identifizieren. Zugleich wird deutlich, dass es oft mehrere gültige Lösungswege gibt. Räumliches Denken zeigt sich hier im Zerlegen und Rekonstruieren, indem die Zielfigur gedanklich in Teilschritte und Orientierungen aufgeteilt wird.



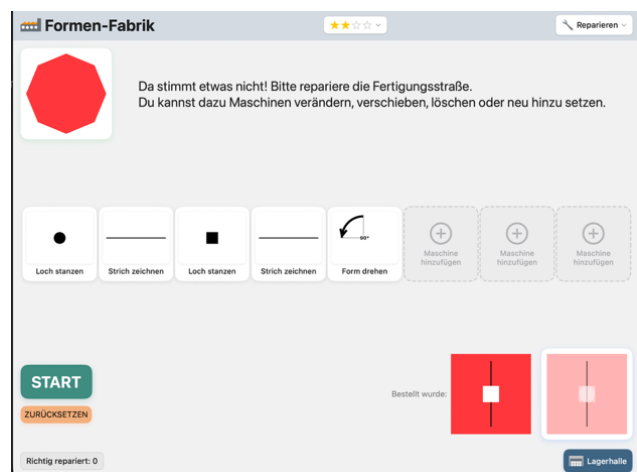
### 5.3 Werkhalle Einsparen

In dieser Werkhalle wird eine zwar funktionierende, jedoch ineffiziente Fertigungsstraße vorgegeben. Die Aufgabe besteht darin, mit weniger Maschinen dasselbe Endprodukt herzustellen (Optimierungen). Die Kinder hinterfragen bestehende Lösungen kritisch und prüfen, welche Schritte warum überflüssig sind oder sich zusammenfassen lassen, ohne das Ergebnis zu verändern. Dabei spielt das Erkennen von Äquivalenzen zwischen unterschiedlichen Transformationsfolgen eine wichtige Rolle, also das Zusammenfassen von mehreren Transformationen in eine einzige Transformation (beispielsweise zwei Drehmaschinen mit 45° und 45° zu einer Maschine mit 90°).



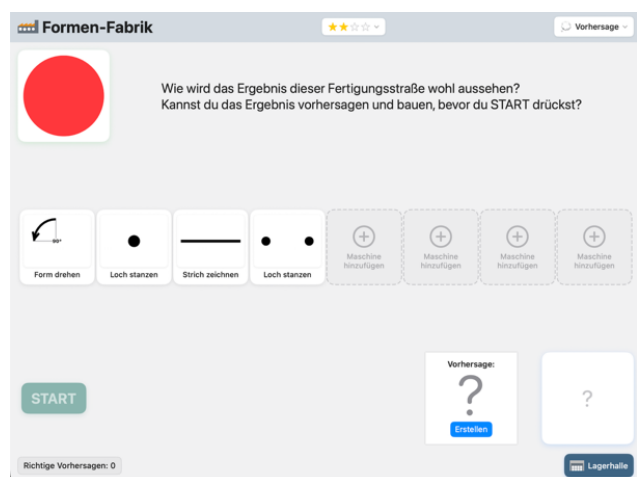
### 5.4 Werkhalle Reparieren

Diese Werkhalle zeigt den Kindern eingangs eine Fertigungsstraße zu einer vorgegebenen Bestellung, die aber fehlerhaft ist und daher korrigiert werden muss. Maschinen können dazu ausgetauscht, umkonfiguriert, ergänzt oder entfernt werden, um das gewünschte Zielwerkstück zu erreichen. Dieser Modus fördert systematische Analyse, Problemdiagnose und das präzise Vergleichen von Ist- und Soll-Zustand. Unterschiede zwischen dem produzierten und dem angestrebten Werkstück dienen dabei als Hinweise auf fehlerhafte Transformationen, etwa einen falschen Drehwinkel oder eine ungünstige Positionierung.



### 5.5 Werkhalle Vorhersagen

In dieser Werkhalle rückt das gedanklich-antizipierende Durchspielen der Produktionsprozesse in den Mittelpunkt. Die Kinder sehen eine vollständig aufgebaute Fertigungsstraße und müssen vorhersagen, wie das entstehende Endprodukt aussehen wird. Dadurch werden Vorhersagefähigkeiten sowie die Fähigkeit zur mentalen Simulation von Abläufen gefördert. Die Kinder denken Zwischenzustände „im Kopf“ mit, überprüfen ihre Hypothesen anhand von Testläufen und reflektieren Abweichungen zwischen Erwartung und Ergebnis. Räumliches Denken zeigt sich hier als innere Operation, etwa in Form mentaler Rotation, Orientierung oder der gedanklichen Verkettung mehrerer Transformationen. Besonders sinnvoll ist es, die Kinder ihre Vorhersagen begründen zu lassen.



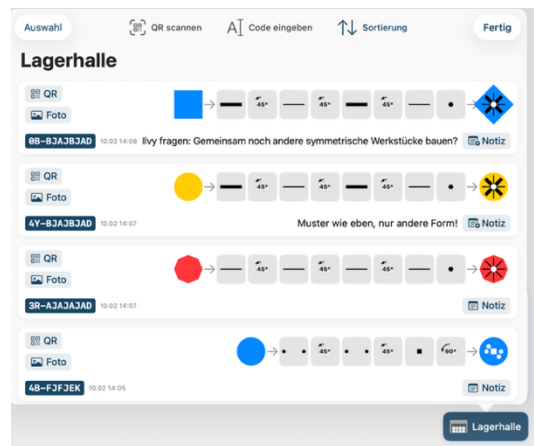
1. **Hinweis zum Abruf neuer Aufgabenstellungen (in allen Werkhallen, außer Experimentieren):** Eine neue Aufgabenstellung kann auf verschiedene Weisen angefordert werden: *Automatisch* nach der erfolgreichen Bearbeitung einer Aufgabe. Diese Option lässt sich in den Einstellungen generell an- oder abschalten.
2. Aktiv über einen situativ erscheinenden *Button* (*Nächste Aufgabe* oder *Nächstes Werkstück* oder *Anderer/Nächste Reparatur*)

3. Durch (ggf. wiederholtes) Tippen/Klicken auf den Werkhallen-Button in der Kopfzeile, z. B. wenn eine gestellte Aufgabe (warum auch immer) nicht gefällt und man schnell eine andere abrufen möchte. Diese Option ist nur dann verfügbar, wenn die Werkhallen in der Kopfzeile nebeneinander angeordnet sind (z. B. auf einem Mac). Sind sie in einem Pulldown-Menü erreichbar, wären zwei Finger-Tipps erforderlich (zum Öffnen des Menüs und zur erneuten Auswahl der gleichen Werkhalle).

## 6 Die Lagerhalle

Die Lagerhalle bietet vielfältige Möglichkeiten zum Betreiben von Geometrie:

- Fertigungsstraßen speichern und sammeln (Archiv-Funktion)
- Fertigungsstraßen später erneut hervor holen und in der Werkhalle *Experimentieren* bearbeiten
- Auswahl einzelner, mehrerer oder aller Fertigungsstraßen zum Teilen
- Fertigungsstraßen sortieren: nach Form, Länge (auf-/abwärts), Datum (auf-/abwärts), nach gleichem Ergebnis sowie eine eigene Sortierung mittels *drag-&drop*
- Fertigungsstraßen in der Fotos-App sichern
- Fertigungsstraßen teilen: über Mitteilung/Austausch des blau unterlegten Buchstaben-Zahlen-Codes oder über QR-Code per Kamera-App
- Eigene Notizen zu Fertigungsstraßen anlegen: durch Eintippen oder als Spracheingabe über die Mikrofontaste der Tastatur.



Diese Optionen ermöglichen systematisches Sammeln, Analysieren und Vergleichen von Fertigungsstraßen als Grundlage für Reflexionsgespräche (s. Kap. 2.2 & 2.4). Anregungen zur unterrichtlichen Einbettung finden sich in Kap. 9.6):

## 7 Vor-Einstellungen (Erwachsenen-Ebene)

Die Vor-Einstellungen für die Arbeit mit der App sind erreichbar durch einen **Klick auf das App-Icon** in der Kopfzeile der App. Folgende grundsätzliche (De-)Aktivierungen können hier vorgenommen werden:

- |                           |   |
|---------------------------|---|
| <b>Werkhallen</b>         | Für jede Werkhalle kann einzeln entschieden werden, ob sie in der App sichtbar sein soll oder nicht. Nur die Werkhalle EXPERIMENTIEREN lässt sich nicht ausblenden. Jede andere Werkhalle wird über einen Schalter aktiviert oder deaktiviert.  |
| <b>Benutzeroberfläche</b> | Hier können Zähler und der QR-Austausch de-/aktiviert werden. Auch lässt sich hier die gewünschte Drehrichtung der Drehmaschine vor-einstellen: im Uhrzeigersinn (negative Vorzeichen der Gradzahlen) oder gegen den Uhrzeigersinn (= fachlich konventionalisierte Drehrichtung, auch z. B. in der Sekundarstufe; positive Gradzahlen)  |
| <b>Audio</b>              | Der Sound lässt sich an- oder ausschalten. Außer den metaphorischen Geräusche für die drei Maschinenkategorien sind bewusst keine weiteren Audio-Files implementiert.   |
| <b>Aufgabenstellungen</b> | Nach erfolgreicher Bearbeitung einer Aufgabe kann die nächste Aufgabe wahlweise automatisch angeboten oder von Kindern bei Bedarf selbst aufgerufen werden.<br><br>Des Weiteren lässt sich ein „Expertenmodus“ für alle Werkhallen (außer <i>Experimentieren</i> ) zu- oder abschalten, der eine vierte, anspruchsvollere Schwierigkeitsstufe anbietet. Diese kann durchaus auch für Jahrgangsstufen der Sekundarstufe oder Erwachsene eine echte Herausforderung darstellen. |

Neben den standardmäßig enthaltenen Grundformen können hier auch noch zusätzliche freigeschaltet werden, durch die Aufgabenstellungen mit z. T. deutlich höheren Anspruchsniveau (Sekundarstufe, Erwachsene) möglich werden. Um solche aber nicht im allgemeinen Pool anzubieten, können sie hier separat an- bzw. abgeschaltet werden.

### **Adaptive Schwierigkeit**

Eine dritte zu- oder abschaltbare Option lautet „Adaptive Schwierigkeit“ – ein Feature das manchmal mehr verspricht als es halten kann: Denn Aufgabenschwierigkeit ist ein subjektiver Begriff. Daher kann hier nur eine Näherung an die tatsächliche individuelle Leistungsfähigkeit erfolgen (s. u. Kap. 8.). Aus genanntem Grund legen wir aber hier die Kriterien offen, die bei aktiviertem adaptiven Modus zu einer annähernden Schwierigkeitsanpassung führen:

- Nach fünf direkt richtigen Bearbeitungen erhöht sich die Stufe um einen Stern.
- Nach drei Fehlversuchen in Folge, reduziert sich die Stufe um einen Stern.

Eine manuell gewählte Stufe im Pulldown-Menü der Schwierigkeit bleibt so lange bestehen, bis sie erneut manuell verändert wird. Die Zählung wird zurückgesetzt.

Die individuellen Vor-Einstellungen können jederzeit mit einem Fingertipp oder Mausklick auf die Standardwerte zurückgesetzt werden.

## **8 Einstellungen der Schwierigkeitsstufen (Nutzer-Ebene)**

In dieser App gibt es drei reguläre Schwierigkeitsstufen und einen über die Vor-Einstellungen zuschaltbaren Expertenmodus (s. o.). Sie unterscheiden sich primär durch die Anzahl der eingesetzten Maschinen und das Vorhandensein bzw. die Position von Drehmaschinen im Laufe der Fertigungsstraße. Die Position einer Drehmaschine (oder gar mehrerer!) beeinflusst die Schwierigkeit erheblich. Steht sie am Anfang oder Ende der Fertigungsstraße, ist die mentale Rotation deutlich einfacher zu bewältigen. Steht sie in der Mitte, müssen alle nachfolgenden Transformationen „mitgedacht“ werden.

### **8.1 Werkhalle Experimentieren**

Diese Werkhalle dient dem freien Experimentieren auf selbstgewählten Anforderungsniveaus.

#### **8.2 Werkhalle Anfertigen**

- *Leicht (1 Stern):* 2–3 Maschinen, ohne Drehmaschine
- *Mittel (2 Sterne):* 3–5 Maschinen, mit einer Drehmaschine am Anfang oder Ende
- *Schwer (3 Sterne):* 4–7 Maschinen, mit einer Drehmaschine, die nicht am Anfang oder Ende steht
- *Expertenmodus (4 Sterne):* 6–8 Maschinen, mit beliebig vielen Drehmaschinen

#### **8.3 Werkhalle Einsparen**

- *Leicht (1 Stern):* 2–3 Maschinen, ohne Drehmaschine
- *Mittel (2 Sterne):* 3–5 Maschinen, mit einer Drehmaschine am Anfang oder Ende
- *Schwer (3 Sterne):* 4–7 Maschinen, mit einer Drehmaschine, die nicht am Anfang oder Ende steht
- *Expertenmodus (4 Sterne):* 6–8 Maschinen, mit beliebig vielen Drehmaschinen

#### **8.4 Werkhalle Reparieren**

- *Leicht:* 2–3 Maschinen, ohne Drehmaschine
- *Mittel:* 3–5 Maschinen, mit genau einer Drehmaschine
- *Schwer:* 4–7 Maschinen, mit ein bis zwei Drehmaschinen
- *Expertenmodus:* 6–8 Maschinen, davon beliebig viele Drehmaschinen; mindestens 3 müssen repariert werden

#### **8.5 Werkhalle Vorhersage**

- *Leicht:* 2–3 Maschinen ohne Drehmaschine
- *Mittel:* 3–4 Maschinen mit einer Drehmaschine am Anfang oder Ende
- *Schwer:* 4–7 Maschinen mit einer Drehmaschine, die nicht am Anfang oder Ende steht
- *Expertenmodus:* 6–8 Maschinen mit mindestens zwei Drehmaschinen

## 9 Hinweise für eine unterrichtliche Einbettung

Die folgenden Empfehlungen verstehen sich als *exemplarisch* und keineswegs vollständig. Sie sind entstanden sowohl aus konzeptionell fachdidaktischen Überlegungen oder aus Erfahrungen aus Erprobungen der App im Laufe des Entwicklungsprozesses.

### 9.1 Empfehlungen zur Werkhalle *Experimentieren*

- Erstelle ein Werkstück mit folgenden Eigenschaften: (z.B.) genau vier Maschinen benutzen und ein achsensymmetrisches Zielwerkstück
- Erstelle ein Werkstück mit beliebig vielen Maschinen. Was passiert, wenn...
  - ... du am Ende/Beginn/in der Mitte eine Drehmaschine einfügst
  - ... eine oder mehrere Maschinen ihre Plätze tauschen?
  - ... Maschine XY entfernst
- Baue eine Fertigungsstraße (oder verschiedene) für dein Lieblings-Werkstück.
- Erstelle ein und dasselbe Werkstück auf unterschiedliche Weise. Wie viele Möglichkeiten findest du?
- Baue Fertigungsstraßen für besonders schöne Werkstücke. Warum findest du diese so schön?
- Kannst du Fertigungsstraßen für diese bestellten Werkstücke bauen:



- Vertausche Maschinen der Produktionsstraße miteinander, in dem du eine Maschine lange drückst und an eine andere Stelle ziehst. Wie verändert sich das Werkstück dadurch? Beschreibe.
- Verkürze diese Produktionsstraße mit weniger Maschinen.
- Wie musst du die Produktionsstraße verändern, wenn du statt diesem Werkstück (Bild des Werkstücks) ein leicht anderes Werkstück (Bild des Werkstücks) herstellen willst. Beschreibe, warum die die Veränderung vorgenommen hast.
- Welche Maschinen kannst du immer miteinander tauschen, ohne dass ein anderes Werkstück entsteht. Warum ist das so?
- Welche Maschinen darfst du nicht miteinander tauschen? Warum?
- Kannst du bestimmte Drehmaschinen / Strichmaschinen / Lochmaschinen hintereinander auch durch weniger oder sogar eine einzige Maschine ersetzen? Notiere dir Ersetzungsregeln.
- Kannst du bestimmte Maschinen hintereinander durch nur eine Maschine ersetzen bei gleichem Ergebnis? Lege eine Tabelle an mit solchen Ersetzungen.
- „Markiere (gedanklich) einen Punkt auf dem Werkstück (z. B. eine Ecke oder ein Loch) und zeige, wo er nach  $-45^\circ/-90^\circ/-135^\circ/-180^\circ$  landet.
- Was bleibt bei einer Drehung gleich (z. B. Abstände zum Mittelpunkt, Form) – und was ändert sich?
- Beschreibe eine Drehung einmal mit Gesten (Finger drehen) und einmal mit Worten.

### 9.2 Empfehlungen zur Werkhalle *Anfertigen*

- Wie viele Möglichkeiten findest du, das Werkstück herzustellen?
- Welche letzte Maschine könnte das fertige Werkstück erzeugt haben? Woran erkennst du das?
- Welche Informationen verraten dir etwas über die letzte Drehung (Orientierung von Strichen/Löchern)?

### 9.3 Empfehlungen zur Werkhalle *Einsparen*

- Ein Werkstück soll möglichst preiswert gebaut werden, benutze also so wenige Maschinen wie möglich.
- Kann man dieselben Maschinen auch anders anordnen? Auf wie viele Weisen? Warum funktioniert das?

### 9.4 Empfehlungen zur Werkhalle *Reparieren*

Suche nach Möglichkeiten, zu verkürzen und geschickter zu konfigurieren:

- Findest du auch Maschinen, die ganz entfernt werden können? Warum geht das?
- Kannst du dieselben Maschinen auch anders anordnen? Warum funktioniert das? Probiere, ob es mehrere gibt?

Überlegungen zum systematischen Finden von reparaturbedürftigen Maschinen

- Wie kannst du herausfinden, welche Maschine fehlerhaft eingestellt ist? Wie kannst du es auch ohne Ausprobieren herausfinden?

Der Modus „Reparieren“ bietet neben der eigentlichen Fehlersuche weitere wertvolle Lerngelegenheiten. Das liegt z. B. daran, dass Änderungen in der Fertigungsstraße dann als *korrekte Reparatur* gewertet werden, wenn das reparierte Werkstück mit dem bestellten Werkstück übereinstimmt. Gleichwohl kann eine Fertigungsstraße dann aber noch insofern „überbestimmt“ sein, als sie Maschinen(konfigurationen) enthalten kann, die für ein gleichbleibendes Endprodukt nicht zwingend erforderlich sind – z. B. wenn ein dünner Strich später durch einen dicken überschrieben wird.

Nun könnte man von einer ›Reparatur‹ (z. B. einer Software, eines Autos oder eines Haushaltsgerätes) erwarten, dass auch derart Überflüssiges bereinigt würde. In der Formen-Fabrik wird das aber in *dieser* Werkhalle seitens der App nicht angeregt. Hier wird jede Reparatur, die mit dem bestellten Werkstück formal übereinstimmt, als erfolgreich akzeptiert. Für weitergehende Anforderungen wie die genannten gibt es zum einen eine eigene Werkhalle *Einsparen*.

Zum anderen können nach erfolgreicher Reparatur aber auch unterrichtlich folgende Impulse gegeben werden, wie sie alternativ für die speziell dafür eingerichtete Werkhalle *EINSPAREN* typisch sind (s. 9.3):

- *Geht es auch mit weniger Maschinen? Welche Maschine ist überflüssig und warum?*
- *Kann man dieselben Maschinen auch anders anordnen? Wie viele Möglichkeiten findest du?*
- *Warum funktioniert das auch in anderer Reihenfolge?*

Zwei Arbeitsweisen sind möglich:

- a) *A posteriori*: Man startet einen Durchlauf und analysiert anschließend den Fehler anhand des Vergleichs zwischen Ist- und Soll-Zustand.
- b) *A priori*: Man analysiert die Fertigungsstraße zunächst „im Kopf“, identifiziert den Fehler gedanklich, repariert und kontrolliert erst dann per Durchlauf.

Die zweite Variante ist deutlich anspruchsvoller und fördert das räumliche Vorstellungsvermögen ganz besonders.

## 9.5 Empfehlungen zur Werkhalle *Vorhersage*

Strategien für die Vorhersage entwickeln:

- Macht es einen Unterschied, *wann* ein Werkstück gedreht wird? Begründe.
- Levi behauptet: „Wenn das Werkstück nur ganz am Anfang gedreht wird, ist es einfach.“ Stimmt das? Stimmt die Aussage auch, wenn das Werkstück nur ganz am Ende gedreht wird?
- Drehe zuerst ‚im Kopf‘, dann kontrolliere mit einem Testlauf. Was war anders als gedacht?
- Nutze die Markerpunkt-Methode: Markiere gedanklich eine Ecke/Position und verfolge sie durch alle Schritte. Wo landet dein Marker-Punkt?
- Skizziere auf einem Blatt Papier Zwischenzustände (das Aussehen nach jeder Maschine).

Das gedankliche Durchspielen von Fertigungsstraßen ist anspruchsvoll. Folgende Strategien können helfen:

- **Die Markerpunkt-Methode:** Markiere gedanklich einen bestimmten Punkt auf dem Werkstück (z.B. eine Ecke oder ein bereits gestanztes Loch) und verfolge, wo dieser Punkt nach jeder Transformation landet. Dies hilft besonders bei Drehungen, die Orientierung zu behalten.
- **Zwischenzustände skizzieren:** Nach jeder Maschine kurz auf einem Blatt Papier aufmalen, wie das Werkstück jetzt aussieht. Dies entlastet das Arbeitsgedächtnis und macht Fehler leichter erkennbar.
- **Drehungen zusammenfassen:** Bei mehreren Drehmaschinen kann es helfen, zuerst alle Drehwinkel zusammenzudenken (z.B.  $45^\circ + 90^\circ = 135^\circ$ ) und dann die finale Orientierung zu bestimmen.
- **Vom Ende her denken:** Bei Aufgaben mit einer Drehmaschine am Ende kann man zunächst alle anderen Transformationen „direkt ablesen“ und erst am Schluss die Drehung mental ausführen.

## 9.6 Empfehlungen zur Lagerhalle

- Sammle Fertigungsstraßen, die zu kompliziert sind und die vereinfacht werden könnten.
- Sammle Fertigungsstraßen, die besonders interessante oder schöne Formen herstellen. Warum sind sie für dich interessant oder schön?
- Suche Werkstücke, die sehr ähnlich aussehen und vergleiche die genutzten Maschinen in der Fertigungsstraße. Was fällt dir auf? Wodurch entstehen die Unterschiede?
- Sammle Fertigungsstraßen mit diesen Eigenschaften (z. B. achsensymmetrisch)
- Sammle möglichst viele Fertigungsstraßen zu demselben Werkstück. Wie viele kannst du finden? Kannst du gezielt vorgehen?
- Suche Werkstücke, die sehr ähnlich aussehen, und vergleiche die genutzten Maschinen. Was fällt dir auf? Wodurch entstehen die Unterschiede?
- Suche eine gespeicherte Fertigungsstraße aus und untersuche, ob du sie noch vereinfachen kannst.

- Sammle bereits von dir „reparierte“ Fertigungsstraßen. Suche dir Fertigungsstraßen heraus, bei denen du mit weniger Maschinen das gleiche Ergebnis bekommen kannst und probiere es aus.
- Vergleiche eine deiner Fertigungsstraßen für ein Zielwerkstück mit der Fertigungsstraße eines anderen Kindes, mit der dasselbe Zielwerkstück erreicht wurde. Gibt es Unterschiede? Erkläre!
- Sortiere deine gesammelten Fertigungsstraßen nach Schwierigkeit und begründe deine Reihenfolge. Eine besonders nützliche Sortierfunktion in der Lagerhalle ist das „Gruppieren nach Endprodukt“. Dabei werden alle Fertigungsstraßen übersichtlich dargestellt, die zum gleichen Endprodukt führen – auch wenn sie unterschiedliche Maschinen oder Reihenfolgen verwenden. Einsatzmöglichkeiten im Unterricht sind beispielsweise:
  - Vergleich verschiedener Lösungswege für dasselbe Werkstück
  - Diskussion über Effizienz: Welche Lösung braucht weniger Maschinen?
  - Entdecken von Äquivalenzen zwischen verschiedenen Transformationsfolgen als Grundlage für Klassengespräche: „Warum führen diese unterschiedlichen Wege zum gleichen Ergebnis?“

## 10 Weitere Anregungen

### 10.1 Anregungen für eine Vorbereitung (ohne App)

- *Papierquadrat als Werkstück*: Kinder markieren eine Ecke und drehen das Papier physisch um verschiedene Winkel. Der markierte Punkt hilft, die Orientierung zu verfolgen.
- *Geobrett-Übungen*: Figuren auf dem Geobrett „drehen“ und dabei beobachten, was sich verändert und was gleich bleibt.
- *Spiegelungen und Drehungen (Achsensymmetrie und Drehsymmetrie) unterscheiden*: Mit konkretem Material den Unterschied und die Beziehung untersuchen (s. Drehen um 180° und Achsenspiegeln).

### 10.2 Anregungen für Vertiefungen (mit und ohne App)

- *Fertigungsstraßen-Tagebuch*: Kinder dokumentieren besonders interessante oder schwierige Fertigungsstraßen mit Skizzen und Erklärungen (innerhalb der App in der Lagerhalle oder auch außerhalb)
- *Ersetzungsregeln sammeln*: Welche Maschinenkombinationen können durch eine einzige Maschine ersetzt werden? (z.B. zwei 45°-Drehungen = eine 90°-Drehung)
- *Invarianten entdecken*: Was bleibt bei einer Drehung immer gleich? (Abstände zum Mittelpunkt, Form, Größe) Was verändert sich? (Orientierung, Position relativ zum Rahmen)

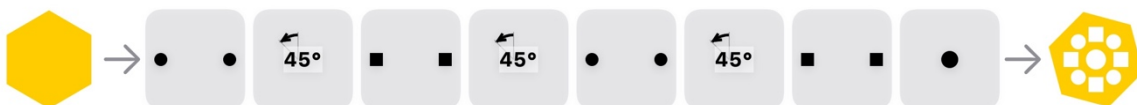
### 10.3 Die Codes und die informatische Grundbildung

Jede Fertigungsstraße wird in der App als kurzer Code dargestellt (z.B. „RQ-DLA“). Die ersten beiden Zeichen codieren das Ausgangswerkstück (Form und Farbe), dann folgt ein Bindestrich und anschließend je ein Zeichen pro Maschinenkonfiguration. Dieser Code kann für weiterführende Aufgaben im Bereich Codierung und Informatik genutzt werden:

- *Vergleiche die Codes verschiedener Fertigungsstraßen. Was fällt dir auf?*
- *Welche Maschinenkonfiguration hat welchen Code?*
- *Wie sind Farbe und Form in den ersten beiden Zeichen codiert?*
- *Kannst du den Code einer neuen Fertigungsstraße vorhersagen, bevor du sie speicherst?*
- *Kannst du eigene / andere Codes ausdenken, mit denen du die Fertigungsstraße darstellen kannst?*

Beispiele:

2Y-FJGJFJGD:



2B-FJGJFJG:



2R-FJFJFJF:



1G-FKGKBKAK:



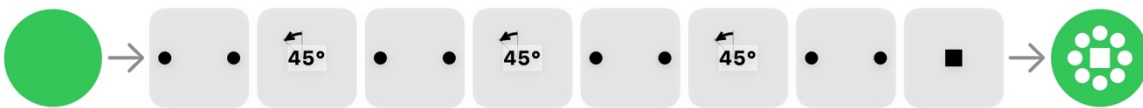
3P-HJFJFJF:



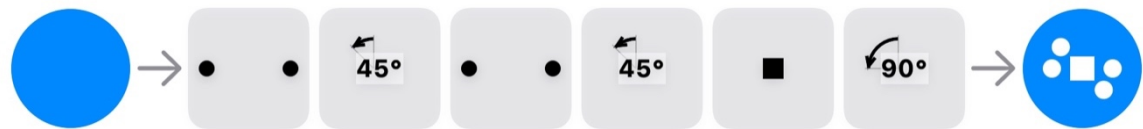
3O-HJFJGJG:



4G-FJFJFJFE:



4B-FJFJEK:



3R-AJAJAJAD:



4Y-BJAJBJAD:



0B-BJAJBAD:



Codes können alternativ zum QR-Code genutzt werden, um Fertigungsstraßen zwischen Geräten auszutauschen. Dazu kann „Code eingeben“ in der Lagerhalle genutzt werden.

## 11 Impressum, Quellen, Kontakt, Rückmeldung

### Konzeption & Entwicklung

Prof. (i. R.) Dr. Günter Krauthausen und Jun.-Prof. Dr. Christian Urff (2026). Angeregt zu dieser App wurden die Autoren durch die nicht mehr verfügbare PC-Software ›Factory‹ (Sunburst Education, Kosel/Fish 1983).

### Kontakt & Rückmeldung

[krauthausen@uni-hamburg.de](mailto:krauthausen@uni-hamburg.de) | <https://krauthausenhk.page>

[christian.urff@ph-weingarten.de](mailto:christian.urff@ph-weingarten.de) | <https://www.ph-weingarten.de/de/personen/urff-prof-dr-christian>

[kontakt@urff.app](mailto:kontakt@urff.app) | <https://urff.app>

### Literatur

- Carniel, D., Knapstein, K., & Spiegel, H. (2002). *Räumliches Denken fördern. Erprobte Unterrichtseinheiten und Werkstätten zur Symmetrie und Raumgeometrie*. Auer Verlag.
- Franke, M., & Reinhold, S. (2016). *Didaktik der Geometrie in der Grundschule* (3. Aufl.). Springer Spektrum.
- Kerrigan, J. (2002). Powerful Software to Enhance the Elementary School Mathematics Program. *Teaching Children Mathematics*, 8(6), 364-370.
- Kosel, M., & Fish, M. (1983). The Factory. Program Guide. In: Sunburst Communications, Pleasantville, NY.
- Krauthausen, G. (2003). Gute Aufgaben für den Computereinsatz im Mathematikunterricht. In S. Ruwisch & A. Peter-Koop (Hrsg.), *Gute Aufgaben im Mathematikunterricht der Grundschule* (S. 144-156). Mildenerger.
- Krauthausen, G., & Urff, C. (2026). *Formen-Fabrik. Didaktische Handreichung* [www.urff.app/formen-fabrik](http://www.urff.app/formen-fabrik)
- Spiegel, H. (2013). Die Schnittmusterfabrik Muster herstellen und vorhersagen. In D. Götze (Ed.), *Zahlenmusterforscher. Das Muster- und Strukturverständnis fördern. Materialheft zu Die Grundschulzeitschrift H. 268/269* (S. 28-33). Friedrich Verlag.

**Datenschutzerklärung:** Es werden keinerlei persönliche Daten aufgezeichnet oder verlassen das Gerät. Wenn Daten (z.B. Bearbeitungsstände, Zähler,...) aufgezeichnet werden, werden sie nur lokal gespeichert und lassen sich entweder in den Einstellungen oder durch einen Neustart der App zurücksetzen. Es gibt außerdem keine Werbung in der App.